



Study of an Electronic Differential System for a Small-Scale Prototype with Independent Rear-Wheel Drive

João Pedro Pacheco Pereira and Leandro de Medeiros Sebastião

EasyChair preprints are intended for rapid dissemination of research results and are integrated with the rest of EasyChair.

October 25, 2024

Estudo de um Sistema de Diferencial Eletrônico para um Protótipo em Pequena Escala de Tração Individual nas Rodas Traseiras

João Pedro Pacheco Pereira* Leandro de Medeiros Sebastião**

* Departamento Acadêmico de Eletrotécnica, IFSC Câmpus Florianópolis, SC, (e-mail: joao.ppp@aluno.ifsc.edu.br).

** Departamento Acadêmico de Eletrotécnica, IFSC Câmpus Florianópolis, SC, (e-mail: leandro.medeiros@ifsc.edu.br)

Abstract: The article describes the development of a small-scale prototype with individual traction on the rear wheels, focusing on the implementation of an Electronic Differential System (EDS) to coordinate the motors and allow for independent speeds in curves. Utilizing an Arduino as the control unit and creating a scaled-down prototype with four wheels, where wheel speed management is done by the Ackermann algorithm, simulated in Matlab software. This study aims to compare the simulated trajectory with experimental results obtained by recording the prototype's trajectory on a sheet with metric axes, using different colored pens to mark trajectories in three distinct stages, with specific steered directions. The study focuses on analyzing the relative error between simulated points and those obtained experimentally with the prototype. As a result of the tests, a maximum average error of 6% was obtained, which confirms the predictability of the vehicle's trajectory when using the Ackermann algorithm.

Resumo: O artigo descreve o desenvolvimento de um protótipo em pequena escala com tração individual nas rodas traseiras, focando na implementação de um Sistema de Diferencial Eletrônico (SDE) para coordenar os motores e permitir velocidades independentes em curvas. Utilizando um *Arduino* como unidade de controle e criando um protótipo em escala reduzida de quatro rodas, onde a gestão da velocidade das rodas é feita pelo algoritmo de Ackermann, simulado no *software Matlab*. Este estudo visa comparar a trajetória simulada com resultados experimentais, obtidos ao registrar a trajetória do protótipo em uma folha com eixos métricos, utilizando canetas de cores diferentes para marcar as trajetórias em três etapas distintas, com direções esterçadas específicas. O estudo tem foco na análise do erro relativo entre os pontos simulados e os obtidos experimentalmente com o protótipo. Como resultado dos ensaios, obteve-se um erro médio máximo de 6%, o que atesta a preditibilidade da trajetória do veículo quando utiliza-se o algoritmo de Ackermann.

Keywords: Electronic Differential System; Small-Scale Prototype; Ackermann Algorithm; Kinematic Model; Coordinate Systems.

Palavras-chaves: Sistema de Diferencial Eletrônico; Protótipo em Pequena Escala; Algoritmo de Ackermann; Modelo Cinemático; Sistemas de Coordenadas.

1. INTRODUÇÃO

Em veículos de eixos transversais convencionais (carros a combustão), ao percorrerem uma curva, seja ela aberta ou fechada, considera-se que as rodas que percorrem a parte externa necessitam de velocidades maiores que as posicionadas na parte interna da curva. Essa diferença de velocidade é necessária para a realização em segurança do trajeto da curva. No entanto, quando as rodas são interligadas ao motor por meio de um eixo, elas não conseguem girar separadamente. Para solucionar o problema, Costa (2019) afirma que foi criado um conjunto de engrenagens chamado diferencial mecânico. Conforme Cogorni (2009), uma das principais funções do diferencial, quando o veículo inicia uma curva, é permitir que uma roda gire mais do que a outra. Ainda segundo Cogorni (2009), dessa forma o torque gerado pelo motor se mantém igual entre as

rodas de tração. A diferença de giro nas rodas resulta em velocidades angulares distintas para as mesmas, afirma Queiroz et al. (2015), o que assegura a estabilidade do veículo e permite a realização da curva sem a perda de controle de sua trajetória.

Os carros elétricos que possuem um único motor, seja ele de tração traseira ou dianteira, ainda podem ser equipados com um diferencial mecânico, uma vez que não haverá alterações significativas na parte mecânica em relação aos carros a combustão. No entanto, segundo Vidyanandan (2018), ao considerar diferentes configurações de veículos elétricos, uma das opções é trabalhar com dois motores elétricos controlados por um dispositivo denominado *driver*. Para o funcionamento dos *drivers* que estão conectados aos motores, é necessário que o acelerador envie um sinal, que se replica por igual para cada um dos dispositivos,

resultando em velocidades iguais para as rodas. Assim como Draou (2013), as rodas, por não possuírem um eixo interligando-as aos motores elétricos, descartam a opção do uso de um diferencial mecânico.

Então, neste caso, precisa-se de algo que coordene os *drivers* que são responsáveis pelo controle dos motores de maneira que possa ser entregue a velocidade e o torque independentes e necessários em uma curva para cada uma das rodas. A estratégia é usar um Sistema de Diferencial Eletrônico (SDE), implementando o algoritmo para manter o controle sobre os *drivers* e proporcionar a estabilidade do veículo. Zhai and Dong (2011) afirmam que grande parte das pesquisas sobre diferencial eletrônico são construídas com o modelo de Ackermann de cinemática de direção e coordenadas com controle de velocidade ou torque dos motores nas rodas.

Sendo assim, este artigo consiste em montar um protótipo de escala reduzida, utilizando um microcontrolador para criar o SDE, implementando a modelagem de Ackermann, iniciando com a construção do protótipo para coletar os dados. Em seguida, a fim de fazer um comparativo, o modelo será simulado por meio computacional pelo *software Matlab*. Por conta da simplificação e escala reduzida na elaboração deste trabalho, foi possível utilizar uma plataforma de desenvolvimento microcontrolado *Arduino* de baixo custo para a prototipagem, sem prejuízo dos resultados obtidos.

A motivação para este artigo baseia-se na análise do algoritmo implementado no protótipo em escala real. Embora os autores Magallán et al. (2009) tenham desenvolvido um protótipo em escala real, o objetivo foi verificar se o algoritmo possui uma boa resposta quando aplicado a um protótipo em escala reduzida. Portanto, o estudo visa analisar o algoritmo original, testando sua efetividade em um novo contexto, que possa viabilizar futuros desenvolvimentos e aplicações.

Considerando as dificuldades em obter medidas com origem idêntica, devido às limitações do protótipo em escala e da metodologia de coleta de trajetória para o experimento real, os dados lidos foram submetidos a um ajuste de correlação para viabilizar a comparação com a simulação, sem prejuízo da qualidade dos resultados. Para a determinação dos dados do protótipo, foram usadas como base as dimensões de um veículo em escala já previamente montado e disponível em laboratório. Tanto as dimensões construtivas quanto à velocidade nominal dos motores foram obtidas a partir dessa referência.

2. PROTÓTIPO EM ESCALA

2.1 Construção do Protótipo em Escala Reduzida

Para Vidyanandan (2018), com base no tipo de transmissão, embreagem, caixa de câmbio, diferencial e o número de motores, há uma variedade de configurações de veículos elétricos (VE). Essas configurações são possíveis de serem construídas, resultando em diferentes condições de aproveitamento de espaço e distribuição de massa do veículo. A escolha de configuração do protótipo será com os motores de tração posicionados diretamente nas duas rodas

traseiras, aumentando o torque de acionamento, conforme a Figura 1.

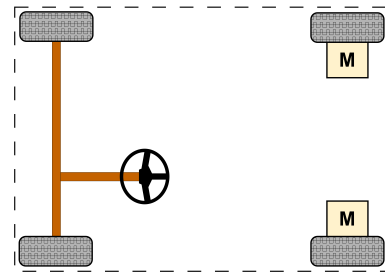


Figura 1. Configuração de tração do protótipo.

O bloco M mostra a posição dos motores em relação ao chassi do carro. Os mesmos se encontram ligados diretamente às rodas através de um eixo.

2.2 Arquitetura e Componentes

A estrutura de arquitetura do protótipo consiste em um veículo de quatro rodas. Na parte frontal, estão localizadas duas rodas fixadas em um eixo, o qual está conectado ao servo motor. No centro do chassi, encontra-se o *Arduino* e o receptor do rádio controle, juntamente com as baterias. Por fim, na parte traseira, encontram-se as outras duas rodas, cada uma delas conectada a um motor, com a ponte H centralizada entre eles. O projeto do protótipo em escala reduzida está à esquerda, enquanto a montagem real está à direita, conforme apresentado na Figura 2.

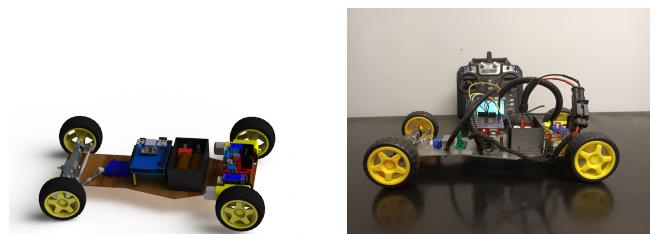


Figura 2. Projeto e protótipo.

Os principais componentes utilizados na montagem do protótipo estão listados como:

- *Arduino* UNO - Unidade de controle;
- Ponte H L298n - *Driver* dos motores;
- 2 Motorreduzores DC 6V - Tração do protótipo;
- 2 Baterias Li-Ion 18650 LG 3,7V 3000mAh - Fonte de alimentação do protótipo;
- Servo Motor - Atuador de direção;
- FS-IA6B - Receptor do rádio controle;
- Flysky FS-i6 - Rádio controle;
- 4 Rodas - Pneu de borracha 68 mm;
- Braço de direção - Eixo de direção;
- Chapa de alumínio - Chassi.

A velocidade linear e o ângulo de direção são as principais variáveis de entrada para a implementação do algoritmo, que apresenta como resposta o controle da velocidade angular nas rodas.

3. DESCRIÇÃO DO ALGORITMO

A direção de Ackermann ou geometria de Ackermann são termos usados para descrever a geometria das rodas responsáveis pelos ângulos de direção. De acordo com Voymilov et al. (2022), os ângulos corretos dependem da distância entre eixos do veículo e do ângulo de curvatura. Os erros nos ângulos de direção, em ambos os lados, podem influenciar significativamente o desgaste dos pneus. Conforme Gillespie (1992), esses erros não têm influência significativa em veículos com baixa velocidade. No entanto, para o protótipo em escala reduzida, esses erros interferem na trajetória desenvolvida pelo veículo, podendo ser considerados.

De acordo com Magallán et al. (2009), a geometria correta de Ackermann, considerando que um veículo está dentro de uma curva e em baixa velocidade, e desconsiderando as forças laterais exercidas sobre o veículo, ocorrendo escorregamento nas rodas de tração, pode-se utilizar o modelo geométrico proposto por Ackermann e Jeantad, de acordo com Gillespie (1992), mostrado na Figura 3. Esse modelo permite determinar o raio de rotação R a partir dos ângulos de direção (δ_{in} , δ_{out}) e, por sua vez, os valores de velocidade angular que cada roda de tração deve adotar (ω_{in} , ω_{out}).

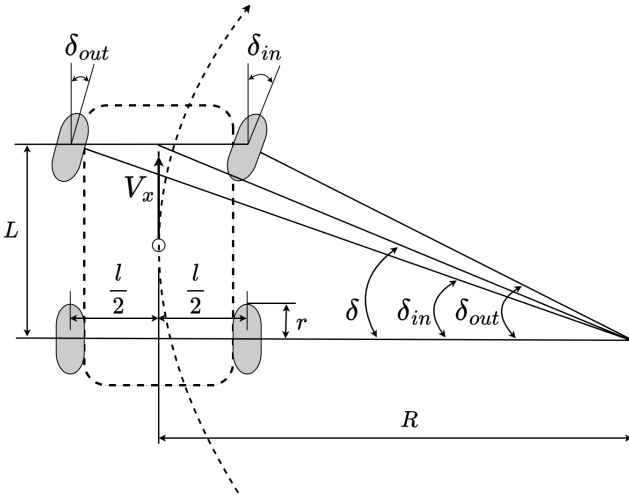


Figura 3. Geometria de Ackermann.

Segundo Gillespie (1992), na geometria básica, os ângulos de direção são representados pelo ângulo externo da curva δ_{out} e o ângulo interno da curva δ_{in} . A distância entre eixos L , o raio de rotação da curva dado pela distância entre o centro da curva e o centro do carro R , e a distância entre o centro das rodas traseiras l podem ser expressos em (1) e (2):

$$\tan(\delta_{out}) = \frac{L}{R + \frac{l}{2}} \quad (1)$$

$$\tan(\delta_{in}) = \frac{L}{R - \frac{l}{2}} \quad (2)$$

Para ângulos de direção pequenos, é possível considerá-los como um parâmetro denominado ângulo de Ackermann,

representado através de uma simplificação δ , expresso em (3):

$$\delta = \frac{\delta_{in} + \delta_{out}}{2} \quad (3)$$

Outra maneira de expressar o ângulo de Ackermann, com base na Figura 3, é dada em (4):

$$\tan(\delta) = \frac{L}{R} \quad (4)$$

Os autores Magallán et al. (2009) apresentam ω_{in} como a velocidade angular da roda que está na parte interna da curva, ω_{out} como o valor da velocidade da roda que está na parte externa da curva, r indicando o raio da roda, V_x a velocidade linear do veículo e δ o ângulo de direção. Sendo assim, as velocidades angulares para cada roda de tração são expressas em (5) e (6) para as velocidades interna e externa da curva, respectivamente.

$$\omega_{in} = \frac{V_x}{r} \left(1 - \frac{d \tan(\delta)}{2L} \right) \quad (5)$$

$$\omega_{out} = \frac{V_x}{r} \left(1 + \frac{d \tan(\delta)}{2L} \right) \quad (6)$$

Essas velocidades serão atribuídas às rodas do protótipo quando o modelo de Ackermann estiver acionado, de modo que a velocidade das mesmas seja corrigida a partir do valor do ângulo de direção. Esse fluxo pode ser melhor visualizado na Figura 4.

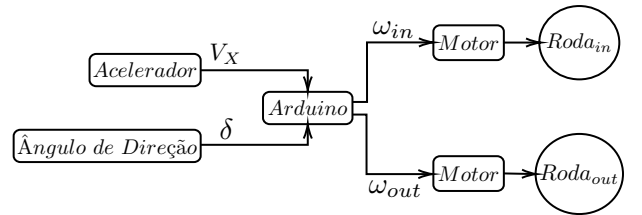


Figura 4. Diagrama de blocos do SDE

4. MODELO CINEMÁTICO

O artigo adota uma abordagem do modelo cinemático de um veículo, utilizando coordenadas locais e globais para estimar sua trajetória. Os autores Barraquand and Latombe (1989) propõem simplificar os cálculos representando os pares de rodas dianteiras e traseiras por apenas uma roda na frente e outra atrás, posicionadas no centro do eixo mecânico, como observado na Figura 5. Isso é feito assumindo a ausência de escorregamento, o que implica que a velocidade do veículo no centro das duas rodas de cada eixo mecânico é sempre tangente à sua orientação. Essa simplificação facilita a análise teórica do movimento do veículo.

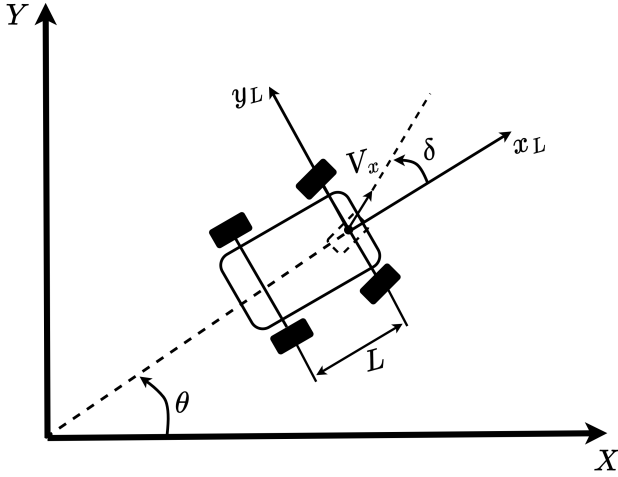


Figura 5. Sistema de coordenadas Locais.

Segundo Nelson (1989), analisando a Figura 5, o ponto sobre o veículo que segue a trajetória de referência é definido no centro das rodas dianteiras, e o centro de rotação está localizado no centro de massa. O modelo cinemático de um veículo com translação bidimensional e rotação no plano é descrito em (7), (8) e (9):

$$\dot{x}(t) = V_x(t) \cdot \cos(\theta(t) + \delta(t)) \quad (7)$$

$$\dot{y}(t) = V_x(t) \cdot \sin(\theta(t) + \delta(t)) \quad (8)$$

$$\dot{\theta}(t) = \frac{V_x(t)}{L} \cdot \sin(\delta(t)) \quad (9)$$

Onde $x(t)$ e $y(t)$ são as coordenadas cartesianas globais, $V_x(t)$ é a velocidade tangencial do veículo, $\theta(t)$ é a posição angular do veículo em relação ao sistema de coordenadas globais, $\delta_D(t)$ é o ângulo de direção em relação ao eixo x_L fixo ao veículo e L é a distância entre eixos do veículo.

O modelo cinemático em coordenadas locais para um veículo, com a mesma configuração escolhida para o protótipo, está sendo apresentado na Figura 5. Os autores Gutiérrez Moreno et al. (2020) levam em consideração que o sistema de coordenadas locais (x_L , y_L) é fixo e localizado no centro do eixo dianteiro, onde o eixo x_L é paralelo ao comprimento do veículo. Sendo assim, obtemos o modelo cinemático em coordenadas locais expresso nas seguintes equações:

$$\dot{x}_L(t) = V_x(t) \cdot \cos(\delta(t)) \quad (10)$$

$$\dot{y}_L(t) = V_x(t) \cdot \sin(\delta(t)) \quad (11)$$

De acordo com Raffo (2005), como a trajetória pode ser pré-determinada dentro do sistema de coordenadas globais, utiliza-se a Figura 6 para obter as equações necessárias que irão projetar o trajeto do veículo, onde i é considerado o índice que define o número de amostras à frente do passo k .

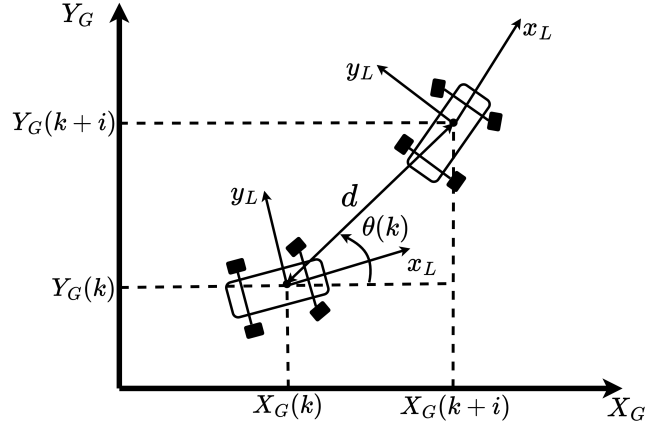


Figura 6. Sistema de coordenadas globais.

Assim, a distância d que surge entre o ponto atual e o ponto futuro do veículo pode ser obtida por:

$$d = \sqrt{(x_L(k+i) - x_L(k))^2 + (y_L(k+i) - y_L(k))^2} \quad (12)$$

Logo, as coordenadas globais, são expressas da seguinte forma:

$$X_G(k+i) = X_G(k) + d \cdot \cos(\theta(k)) \quad (13)$$

$$Y_G(k+i) = Y_G(k) - d \cdot \sin(\theta(k)) \quad (14)$$

Em conformidade com Kochem et al. (2002), a nova posição do veículo no passo $(k+i)$ pode ser calculada com base na posição anterior do passo k , além de uma alteração nas coordenadas e na orientação. A Equação 13 é válida tanto para a extensão do tradicional algoritmo da roda traseira quanto para a implementação do novo algoritmo, que se baseia no comprimento do caminho percorrido medido nas rodas dianteiras. Isso possibilita a estimativa da trajetória, cuja simulação é apresentada na sequência.

5. SIMULAÇÃO

Para simular a trajetória, a ferramenta utilizada é o *Matlab*. Inicialmente, foi realizada a medição de V_x , onde o protótipo foi submetido a um ensaio em velocidade constante por uma distância de 1,22 m. A duração do deslocamento de 2,26 s foi cronometrada. Com base nesses dados, foi possível considerar a velocidade média do veículo de aproximadamente 0,54 m/s. A partir das variáveis listadas na Tabela 1, foram elaboradas três curvas de trajetórias simuladas, denominadas $S1$, $S2$ e $S3$, conforme ilustrado na Figura 7. Onde cada curva tem um valor diferente para δ , representando três níveis distintos de estiramento.

Tabela 1. Dados do protótipo.

Variável	Valor	Unidade
V_x	0,54	m/s
L	0,26	m
l	0,16	m
r	0,34	m

As curvas $S1$, considerando $\delta_{S1} = 22^\circ$, $S2$, considerando $\delta_{S2} = 18^\circ$ e $S3$, considerando $\delta_{S3} = 14^\circ$, foram construídas com um decréscimo de 4° entre elas, para obter uma diferença nítida em seus contornos. Essas construções foram realizadas utilizando coordenadas locais, conforme especificado em (10) e (11), com o propósito de calcular d . Em seguida, as trajetórias foram geradas com coordenadas globais, como indicado em (13) e (14), podendo ser visualizadas na Figura 7.

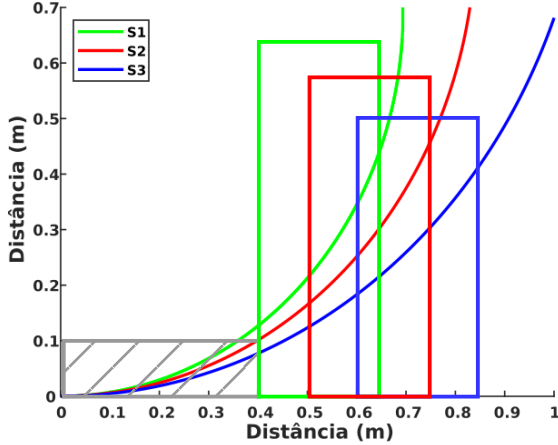


Figura 7. Simulação das trajetórias.

A região listrada da Figura 7 será desconsiderada da análise, haja vista que a variação no eixo Y é muito próxima à resolução do instrumento de medição utilizado, o que provocaria uma incerteza de medição exagerada e irrelevante para o presente estudo. As janelas de análise, com cores associadas às suas curvas, variam no eixo X de 0,40 m a 0,65 m para $S1$, de 0,50 m a 0,75 m para $S2$ e de 0,60 m a 0,85 m para $S3$, todas com passo de 0,05 m. Essas janelas foram selecionadas devido às necessidades para extrair uma abrangência adequada das características das curvas, permitindo uma avaliação mais assertiva de suas propriedades e comportamento.

Na Tabela 2, foram coletados 6 pontos de referência equidistantes dentro de cada janela de intervalo das curvas $S1$, $S2$ e $S3$ para fins de comparação com os pontos retirados do experimento. Apesar do número reduzido de amostras, de acordo com Albertazzi and Souza (2018), a aleatoriedade na seleção permite que as amostras coletadas reflitam a faixa de variação natural do processo.

Tabela 2. Pontos simulados.

	S1	S2	S3
Pontos	(X, Y)	(X, Y)	(X, Y)
$P1$	(0,40 ; 0,13)	(0,50 ; 0,16)	(0,60 ; 0,18)
$P2$	(0,45 ; 0,16)	(0,55 ; 0,20)	(0,65 ; 0,22)
$P3$	(0,50 ; 0,21)	(0,60 ; 0,25)	(0,70 ; 0,26)
$P4$	(0,55 ; 0,27)	(0,65 ; 0,31)	(0,75 ; 0,30)
$P5$	(0,60 ; 0,34)	(0,70 ; 0,37)	(0,80 ; 0,36)
$P6$	(0,65 ; 0,45)	(0,75 ; 0,46)	(0,85 ; 0,42)

Após simular a trajetória e listar os pontos de referência, o próximo passo é realizar os testes e analisar os resultados reais obtidos.

6. TESTE EXPERIMENTAL E RESULTADOS

6.1 Teste Experimental

O teste experimental consiste em três etapas, todas elas sendo registradas em uma folha A0, que contém os eixos cartesianos X e Y . Na primeira etapa, o protótipo percorre a folha, traçando com uma caneta verde sua trajetória real, denominada de $R1$, com a direção esterçada em aproximadamente 22° . Na segunda etapa, o protótipo percorre novamente por cima da mesma folha, traçando com uma caneta vermelha sua trajetória real, denominada de $R2$, com a direção esterçada em aproximadamente 18° . Na terceira e última etapa, o protótipo percorre novamente por cima da mesma folha, traçando com uma caneta azul sua trajetória real, denominada de $R3$, com a direção esterçada em aproximadamente 14° , conforme a Figura 8.

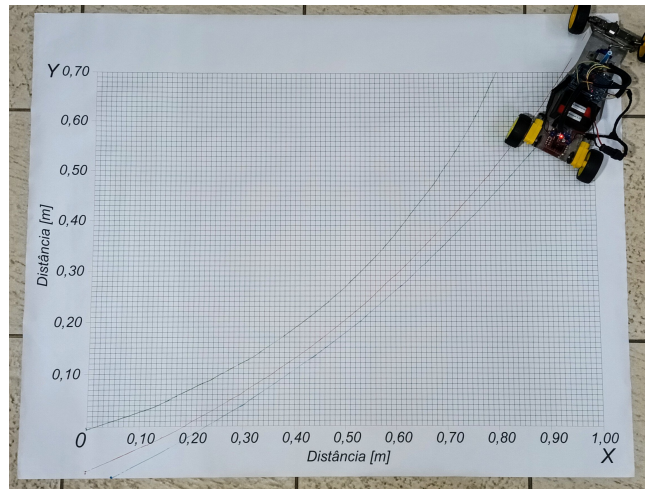


Figura 8. Trajetórias experimentais.

Em todas as trajetórias, a velocidade média do protótipo é fixada em aproximadamente 0,54 m/s. O *Ackermann* implementa o algoritmo para a correção das rodas que ficam na parte interna das curvas, conforme visto em (5), e, ao mesmo tempo, corrige as rodas da parte externa da curva, como observado em (6). A cada início de iteração do protótipo, a posição do eixo traseiro é ajustada de acordo com a diferença entre os valores calculados dos raios R , conforme o equacionamento apresentado em (4).

Na Tabela 3, foram também coletados 6 pontos de referência das trajetórias $R1$, $R2$ e $R3$ para comparação com os pontos retirados da simulação.

Tabela 3. Pontos experimentais.

	R1	R2	R3
Pontos	(X, Y)	(X, Y)	(X, Y)
$P1$	(0,40 ; 0,19)	(0,50 ; 0,21)	(0,60 ; 0,26)
$P2$	(0,45 ; 0,22)	(0,55 ; 0,25)	(0,65 ; 0,31)
$P3$	(0,50 ; 0,27)	(0,60 ; 0,29)	(0,70 ; 0,35)
$P4$	(0,55 ; 0,32)	(0,65 ; 0,34)	(0,75 ; 0,41)
$P5$	(0,60 ; 0,37)	(0,70 ; 0,39)	(0,80 ; 0,46)
$P6$	(0,65 ; 0,44)	(0,75 ; 0,45)	(0,85 ; 0,51)

Após realizar o experimento, registrar a trajetória e listar os pontos de referência, o próximo passo é comparar os resultados reais obtidos com os simulados.

6.2 Resultados

Para minimizar o erro sistemático da metodologia experimental, o ponto médio da região de análise das curvas (destacada na Figura 7) foi calibrado apenas no eixo Y , entre as leituras reais e os valores simulados. Segundo Campilho (2000), o erro sistemático surge da indicação do instrumento de medição, sendo um erro normalmente estimado, que resultaria de um número de medições infinitas do mesmo mensurado em repetidas condições, subtraída do valor verdadeiro daquela grandeza. Conforme Hodson (2022) a métrica da raiz do erro quadrático médio (RMS_E - do inglês, *Root Mean Squared Error*) é uma métrica padrão usada na avaliação de modelo, onde Yr_i é o valor real, Ys_i é o valor simulado e $|Ys_i - Yr'_i|$ é o erro absoluto.

$$RMS_E = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (Yr_i - Ys_i)^2}{N}} \quad (15)$$

$$Yr'_i = Yr_i - RMS_E \quad (16)$$

A Figura 9 ilustra a comparação entre as trajetórias simuladas e experimentais do protótipo em escala reduzida. As linhas em vermelho no gráfico representam as curvas simuladas S1, S2 e S3, obtidas através do algoritmo proposto, enquanto as linhas em preto correspondem às trajetórias reais corrigidas R1', R2' e R3' derivadas da (16), onde Yr'_i é o valor real corrigido. Esta comparação visual destaca a precisão do algoritmo em prever o comportamento do protótipo, permitindo avaliar a satisfatoriedade do modelo na replicação das trajetórias reais em condições controladas.

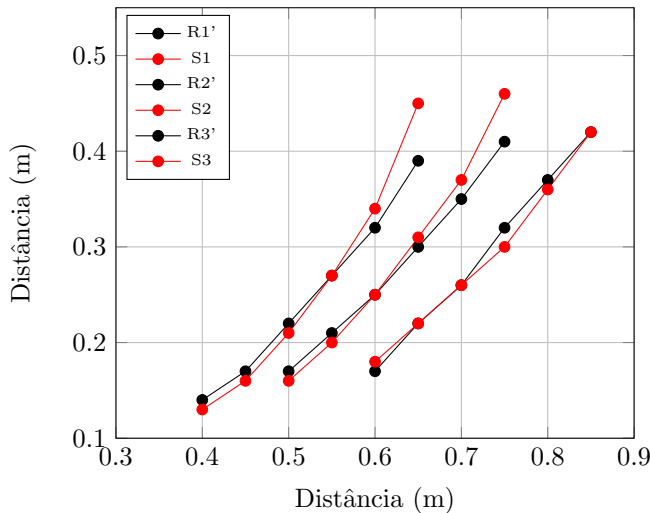


Figura 9. Dispersão das trajetórias experimentais e simuladas

A análise dos resultados obtidos revela uma boa concordância entre as trajetórias simuladas e experimentais, indicando que o algoritmo utilizado é satisfatório na previsão das trajetórias em escala reduzida. Observa-se que as variações entre as linhas vermelhas e pretas são pouco significativas, o que atesta a boa assertividade do modelo computacional aqui avaliado.

O autor Lira (2015) considera que o erro máximo admissível é o valor extremo do erro de medição em relação a um valor de referência conhecido. O erro da análise deste trabalho é expresso em termos admissíveis, sendo adimensional e comumente apresentado em porcentagem para cada ponto coletado. A fórmula para obtenção do erro relativo calculado para cada ponto é expressa em (17).

$$E_{Pi} = \frac{|Ys_i - Yr'_i|}{Ys_i} \cdot 100 \quad (17)$$

Considerando o eixo X foi tomado como referência, a análise dos erros será feita apenas para o eixo Y , utilizando (17) para os cálculos que estão apresentados na Tabela 4.

Tabela 4. Erros.

Pontos	S1-R1	S2-R2	S3-R3
	Y	Y	Y
E_{P1}	8%	6%	6%
E_{P2}	6%	5%	0%
E_{P3}	5%	0%	0%
E_{P4}	0%	3%	7%
E_{P5}	6%	5%	3%
E_{P6}	13%	11%	0%
E_{mm}	6%	5%	2%

7. CONCLUSÃO

O erro médio máximo (E_{mm}) calculado nos três ensaios foi de 6%, conforme apresentado na Tabela 4. Esse resultado foi considerado promissor para a metodologia, indicando uma possibilidade de previsibilidade da trajetória bastante satisfatória quando aplicado o algoritmo de Ackermann. Destaca-se ainda o resultado da curva 3, que obteve um erro médio de 2%, com uma assertividade ainda melhor da trajetória.

Durante o trajeto, pequenas vibrações nos eixos do protótipo podem causar variações no ângulo de direção e prejudicar a frenagem das rodas, levando o veículo a desviar de sua trajetória planejada. Essas variações podem resultar em registros de erro maiores ou menores, dependendo das circunstâncias.

Grandes dificuldades foram causadas pelo relevo da superfície por onde o protótipo transita na folha de registro, além da posição e da força que o instrumento de registro exerce sobre o protótipo, freando-o. Para futuros trabalhos, é oportuno elaborar um sistema mais sofisticado para a coleta de dados das trajetórias, a fim de minimizar os erros de leitura e avaliar a repetibilidade do experimento. Outra sugestão é criar dois cenários distintos de trajetórias: a primeira com o algoritmo ativado e a segunda com o algoritmo desativado.

REFERÊNCIAS

- Albertazzi, A. and Souza, A.R. (2018). *Fundamentos de metrologia científica e industrial*. Editora Manole.
- Barraquand, J. and Latombe, J.C. (1989). *On nonholonomic mobile robots and optimal maneuvering*. 15. Stanford University, Center for Integrated Facility Engineering.
- Campilho, A. (2000). *Instrumentação electrónica: métodos e técnicas de medição*. FEUP edições.

- Cogorni, A. (2009). *Avaliação e melhoria do processo de montagem do pinhão em eixos diferenciais automotivos*. Master's thesis, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre.
- Costa, J.P.S. (2019). *Análise do Dispositivo Mecânico Diferencial*. Master's thesis, Universidade Federal da Paraíba.
- Draou, A. (2013). Electronic differential speed control for two in-wheel motors drive vehicle. In *4th International Conference on Power Engineering, Energy and Electrical Drives*, 6.
- Gillespie, T.D. (1992). *Fundamentals of vehicle dynamics*. Society of Automotive Engineers SAE.
- Gutiérrez Moreno, R., López Guillén, M.E., Pérez Gil, Ó., Barea Navarro, R., Bergasa Pascual, L.M., Gómez Huéllamo, C., Egido Sierra, J.d., López Fernández, J., et al. (2020). A waypoint tracking controller for autonomous road vehicles using ros framework.
- Hodson, T.O. (2022). Root mean square error (rmse) or mean absolute error (mae): When to use them or not. *Geoscientific Model Development Discussions*, 2022, 1–10.
- Kochem, M., Neddenriep, R., Isermann, R., Wagner, N., and Hamann, C.D. (2002). Accurate local vehicle dead-reckoning for a parking assistance system. In *Proceedings of the 2002 American Control Conference (IEEE Cat. No. CH37301)*, volume 5, 4297–4302. IEEE.
- Lira, F.A. (2015). *Metrologia na Indústria*. Editora Érica.
- Magallán, G.A., Angelo, C.H.D., Bisheimer, G., and Garcia, G. (2009). A neighborhood electric vehicle with electronic differential traction control. In *34th Annual Conference of IEEE Industrial Electronics*. Orlando.
- Nelson, W.L. (1989). Continuous steering-function control of robot carts. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 36(3), 330–337.
- Queiroz, C., Melo, E., and Calabrez, F. (2015). *Revisão dos sistemas de transmissão Automotiva*. Bacharelado em tecnologia em eletrônica automotiva, FATEC Santo André, Santo André.
- Raffo, G.V. (2005). Algoritmos de controle preditivo para seguimento de trajetórias de veículos autônomos.
- Vidyanandan, K.V. (2018). Overview of electric and hybrid vehicles. *A House Journal of Corporate Planning, NTPC Ltd*.
- Vozmilov, A., Andreev, L., and Panishev, S. (2022). The development and modeling of a proportional integral controller for the electronic differential of an electric vehicle. In *2022 International Conference on Industrial Engineering, Applications and Manufacturing (ICIEAM)*, 578–582. IEEE.
- Zhai, L. and Dong, S. (2011). Electronic differential speed steering control for four in-wheel motors independent drive vehicle. In *World Congress on Intelligent Control and Automation*. Taiwan.